

Численное моделирование массопереноса в трещиноватых коллекторах с применением высокопроизводительных вычислений*

И.М. Куликов¹, И.Г. Черных¹, В.А. Протасов², Ю.О. Бобренёва³, И.М. Губайдуллин^{3,4}

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,

²Новосибирский государственный технический университет

³Уфимский государственный нефтяной технический университет

⁴Институт нефтехимии и катализа – обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения УФИЦ РАН

Рассматривается процесс фильтрации жидкости в трещиноватых коллекторах. Фильтрация описывается с помощью модели двойной пористости, в которой присутствуют сеть естественных трещин и поровый пласт с различными фильтрационно-емкостными свойствами. Для исследуемой задачи разработан численный метод. Численный метод был векторизован с использованием AVX-инструкций, доступных в процессорах Intel и AMD. Проведен анализ эффективности алгоритма.

Ключевые слова: модель двойной пористости, математическое моделирование, параллельные алгоритмы, SIMD.

1. Введение

Нефтяная промышленность является одной из важнейших составляющих мирового хозяйства и оказывает значительное влияние на развитие других отраслей промышленности. Россия занимает одну из передовых позиций в нефтяной отрасли. Дальнейшие перспективы развития нефтяной отрасли нуждаются в решении различных вопросов, одним из основных которых является освоение и эффективная разработка месторождений. При этом, не на каждой скважине можно провести натурные эксперименты, в связи с техническими и геологическими сложностями. Если технические проблемы можно решить, то геологические не устранимы, необходимо индивидуально рассматривать эти проблемы. К такому классу относятся месторождения с коллекторами трещиновато-порового типа [1, 2]. Сложность этих коллекторов заключается в том, что они характеризуются дискретностью свойств вследствие наличия двух видов пустотности (естественные трещины и сам коллектор) [3, 4].

Для рациональной разработки таких залежей важным является наличие качественной информации о продуктивных и фильтрационно-емкостных характеристиках коллектора, что напрямую связано с изучением особенностей фильтрации жидкостей в карбонатных пластах. Значительная часть такой информации определяется по результатам гидродинамических исследований скважин на неустановившихся процессах фильтрации [5, 6].

В мировой литературе опубликовано огромное количество работ, которые посвящены вопросам изучения параметров карбонатных коллекторов по кривым изменения давления в скважинах. Однако, универсальных методик, охватывающих всевозможные ситуаций и проблемы, встречающиеся на практике, так и не разработано.

2. Постановка задачи

Рассмотрим модель двойной пористости Уоррена-Рута [4], которая представлена системой уравнений, описывающих процесс фильтрации в трещинах и в коллекторе. Две поровые системы - система трещин и система матриц описываются различными значениями фильтрационно-

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ (код проекта 16-29-15116).

емкостных свойств. Матрица обладает высокой пористостью и низкой проницаемостью и разделена сетью естественных трещин. Трещины имеют высокую проницаемость и низкую пористость. Фильтрация жидкости в пласте осуществляется только по сети трещин, а матрица является емкостью, непрерывно подпитывающая сеть трещин.

Распределение давления для рассматриваемой системы «сеть трещин - матрица» описывается уравнениями пьезопроводности:

$$\varphi_f c_{tf} \frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k_f}{\mu} r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) - \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_f - P_m) \quad (1)$$

$$\varphi_m c_{tm} \frac{\partial P_m}{\partial t} = \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_f - P_m)$$

Согласно поставленным условиям для скважины [9] и рассматриваемой области задаются следующие начальные и граничные условия:

$$P_m|_{t=0} = P_0; \quad P_f|_{t=0} = P_0; \quad (2)$$

$$2\pi h \frac{k_f}{\mu} \left(r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right)_{r=r_w} = -q \quad P_f|_{r=re} = P_k; \quad P_m|_{r=re} = P_k;$$

Таким образом, замкнув задачу граничными и начальными условиями, мы получаем модель, характеризующую перераспределение давления в пласте и сети трещин.

В связи с тем, что аналитическое решение системы не может быть получено в общем виде, а существует лишь приближенное решение для частных случаев [5], возникает необходимость в численном решении.

Для решения дифференциальных уравнений в частных производных будем использовать метод конечных разностей [8, 9]. Введем равномерную сетку по пространству и по времени. Рассмотрим явную схему:

$$\begin{aligned} \varphi_m c_{tm} \frac{P_{mi}^{j+1} - P_{mi}^j}{\tau} &= \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^j - P_{fi}^j) \\ \varphi_f c_{tf} \frac{P_{fi}^{j+1} - P_{fi}^j}{\tau} &= \frac{1}{r} \frac{k_f}{\mu} \frac{1}{h^2} \left(r_{i+\frac{1}{2}} P_{fi+1}^j - \left(r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}} \right) P_{fi}^j + r_{i-\frac{1}{2}} P_{fi-1}^j \right) + \\ &+ \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^j - P_{fi}^j) \end{aligned} \quad (3)$$

При использовании явной разностной схемы размер шага по времени дополнительно ограничивается условием (4), что значительно увеличивает объем вычислений.

$$\tau \leq \frac{h^2 \cdot \varphi_f \cdot c_{tf}}{2 \cdot k_f} \quad (4)$$

В связи с вышесказанным, для аппроксимации задачи (1) будем использовать чисто неявную разностную схему (5). Используя спектральный метод Неймана, доказана ее устойчивость.

$$\varphi_m c_{tm} \frac{P_{mi}^{j+1} - P_{mi}^j}{\tau} = \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^{j+1} - P_{fi}^{j+1}) \quad (5)$$

$$\varphi_f c_{tf} \frac{P_{fi}^{j+1} - P_{fi}^j}{\tau} = \frac{1}{r} \frac{k_f}{\mu} \frac{1}{h^2} \left(r_{i+\frac{1}{2}} P_{fi+1}^{j+1} - \left(r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}} \right) P_{fi}^{j+1} + r_{i-\frac{1}{2}} P_{fi-1}^{j+1} \right) + \alpha \frac{k_m}{\mu} \left(P_{mi}^{j+1} - P_{fi}^{j+1} \right)$$

Разностная схема (5) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных значений решения на $n + 1$ слое по времени.

Для решения системы линейных алгебраических уравнений с блочной трехдиагональной матрицей использовался метод матричной прогонки [10, 11]. Матричная прогонка относится к прямым методам решения разностных уравнений. По сравнению с другими прямыми методами решения разностных задач матричная прогонка более универсальна, так как позволяет решать уравнения с переменными коэффициентами и не накладывает сильных ограничений на вид граничных условий.

Элементами полученной трехдиагональной матрицы являются матрицы, где размерность каждой рассматриваемой матрицы 2×2 .

Чтобы максимально ускорить процесс анализа данных необходимо применение параллельных технологий.

3. Параллельная реализация

В основе параллельного алгоритма лежит использование векторных инструкций AVX, позволяющих одновременно обрабатывать 4 числа двойной точности. Этот набор инструкций поддерживается, начиная с семейств процессоров Intel Sandy Bridge и AMD Bulldozer.

Глобальная матрица и вектор состоят из блоков 2×2 и 2×1 соответственно. Именно матрично-векторные операции над блоками занимают основную часть времени, поэтому целесообразно реализовать их с использованием AVX, т.к. в эти регистры блок помещается целиком. Кроме этого, фиксированный размер блока позволяет инкапсулировать особенности использования векторных инструкций в структурах данных Matrix22 и Vector2, не изменяя при этом сам алгоритм моделирования. При этом данные каждого блока в памяти будут оставаться выровненными и в точности соответствовать «сырому», поэлементному, хранению данных в плане производительности.

Основными операциями в алгоритме являются умножение матрицы на вектор, умножение матрицы на матрицу и обращение матрицы. Умножение матрицы на матрицу является наиболее сложным в плане реализации, а две другие операции векторизуются схожим образом, поэтому имеет смысл рассмотреть только ее.

Т.к. матрицы хранятся по строкам, для векторной реализации необходимо извлечь столбцы второй матрицы в отдельные AVX-вектора:

```
// {m2[0], m2[1], m2[0], m2[1]}
__m256d ymm1 = _mm256_permute2f128_pd(m2, m2, 0);
// {m2[2], m2[3], m2[2], m2[3]}
__m256d ymm2 = _mm256_permute2f128_pd(m2, m2, 1 | (1 << 4));
```

Функция `_mm256_permute2f128_pd` позволяет выбирать 128-битные блоки из двух регистров в соответствии с маской, передаваемой третьим параметром. Для получения столбцов матрицы необходимо поменять четные элементы первого вектора, с нечетными элементами второго вектора:

```
// {m2[0], m2[2], m2[0], m2[2]}
__m256d ymm3 = _mm256_shuffle_pd(ymm1, ymm2, 0);
// {m2[1], m2[3], m2[1], m2[3]}
__m256d ymm4 = _mm256_shuffle_pd(ymm1, ymm2, 1 | (1 << 1) | (1 << 2) | (1 << 3));
```

После этого необходимо перемножить AVX-вектор первой матрицы на полученные вектора и сложить смежные элементы полученных результатов:

```
// {m1[0] * m2[0], m1[1] * m2[2], m1[2] * m2[0], m1[3] * m2[2]}
ymm1 = _mm256_mul_pd(m1, ymm1);
// {m1[0] * m2[0] + m1[1] * m2[2], ..., m1[2] * m2[0] + m1[3] * m2[2], ...}
ymm3 = _mm256_hadd_pd(ymm1, ymm1);

// {m1[0] * m2[1], m1[1] * m2[3], m1[2] * m2[1], m1[3] * m2[3]}
ymm2 = _mm256_mul_pd(m1, ymm2);
// {m1[0] * m2[1] + m1[1] * m2[2], ..., m1[2] * m2[1] + m1[3] * m2[3], ...}
ymm4 = _mm256_hadd_pd(ymm2, ymm2);
```

Ключевым моментов на данном этапе является то, что векторное сложение и умножение может выполняться одновременно за 1 такт. Для получения результата необходимо собрать два вектора `ymm3` и `ymm4` в один:

```
mm256_blend_pd(ymm3, ymm4, (1 << 1) | (1 << 3));
```

На машине с процессором Intel Core i7-4710 векторизация позволила ускорить программу на 15-20%. Мы полагаем, что это очень скромный результат, и можно получить большее ускорение, если устранить простои процессора из-за нехватки данных.

4. Вычислительный эксперимент

В качестве теста, была решена следующая задача. Пусть в начальный момент времени добывающая вертикальная скважина, эксплуатирующая один пласт, запущена в работу с дебитом жидкости 180 м³/сут. После отработки 10 суток скважина закрывается на забое для гидродинамического исследования методом кривой восстановления давления. В момент остановки, при $q = 0$ м³/сут, давление в пласте начинает восстанавливаться. Предполагается, что на границе пласта поддерживается постоянное давление, и влияние соседних работающих скважин не наблюдается. Для пласта, скважины и сети трещин заданы следующие начальные параметры:

Таблица 1. Начальные и граничные параметры

Параметры	Значения	Единицы измерения
Вязкость нефти, μ	1.2E-3	Па·с
Начальное давление в сети трещин, P_f0	25.0E6	МПа
Начальное давление в матрице, P_m0	25.0E6	МПа
Проницаемость сети трещин, k_f	100.0E-15	м ²
Проницаемость матрицы, k_m	1.0E-15	м ²
Сжимаемость сети трещин, c_{tf}	3.0E-9	1/Па
Сжимаемость матрицы, c_{tm}	3.0E-10	1/Па
Сжимаемость нефти, c_o	4.0E-9	1/Па
Сжимаемость воды, c_w	1.0E-9	1/Па
Пористость сети трещин, φ_f	0.01	
Пористость матрицы, φ_m	0.10	
Количество перпендикулярных групп трещин, n	3	
Длина блока, a	60	м
Ширина блока, b	60	м

Параметры	Значения	Единицы измерения
Высота блока, c	0.7	м
Эффективная мощность пласта, h	20	м
Радиус скважины, r_w	0.1	м
Радиус исследования, R_e	150	м

Ниже представлен расчет кривой восстановления давления в течение 50 ч для различных шагов по пространственной координате. Чем шаг меньше, тем результат корректнее. Для анализа гидродинамических исследований очень важна корректная информация по давлению на начальных временах, так как именно первые часы исследований позволяют нам оценить загрязненность призабойной зоны пласта, выявить наличие естественной трещиноватости и оценить ее.

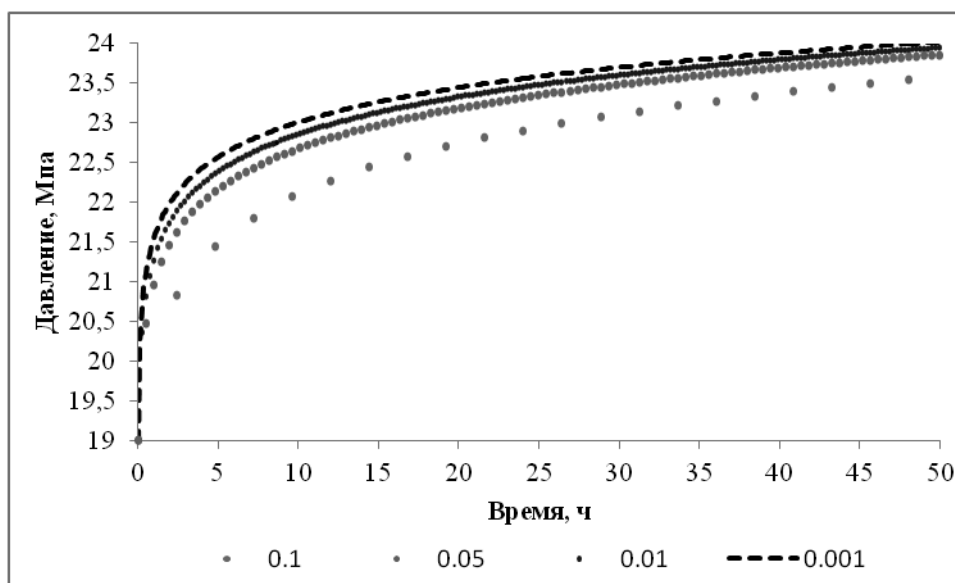


Рис.1 Кривые восстановления давления для различных шагов по пространственной координате

5. Заключение

В работе рассмотрен метод численного решения для модели массопереноса в трещиноватом коллекторе при помощи неявной разностной схемы. Численный метод был векторизован с использованием AVX-инструкций для выполнения матрично-векторных операций над блоками матрицы размера 2×2 и 2×1 .

Литература

1. Черницкий А.В. Геологическое моделирование нефтяных залежей массивного типа в карбонатных трещиноватых коллекторах. М.: ОАО "РМНТК"Нефтеотдача", 2002.
2. Aguilera R., Ng M.e. Decline-curve analysis of hydraulically fractured wells in dual-porosity reservoirs. [SPE-22938] Dallas, TX : 66th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers held, 1991.
3. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984.

4. Warren J.E., Root P.J. The behaviour of naturally fractured reservoirs. б.м.: Soc.Petrol.Eng.J., 1963, pp. 245-255.
5. Голф-Рахт Т.Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. [ред.] Ковалева А.Г. [перев.] Голованова П.К., Власенова В.В., Покровский В.В. Бардина Н.А. М.: Недра, 1986.
6. Abdullah AI-Ghamdi, Iraj Ershaghi. Pressure Transient Analysis of Dually Fractured Reservoirs. [SPE 26959] б.м.: SPE Journal, 1996.
7. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. [ред.] Максимов М.М. [перев.] Кестнер В.П. Королев А.В. Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2004 г.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989 г.
9. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.
10. Вахитов Г.Г. Разностные методы решения задач разработки нефтяных месторождений. М.: Недра, 1970 г.
11. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972 г.