

Численное моделирование массопереноса в трещиноватых коллекторах с применением высокопроизводительных вычислений

Докладчик: **1,2** Губайдуллин Ирек Марсович, д.ф.-м.н., профессор УГНТУ

Соавторы: **1,2** Бобренёва Ю.О. - аспирант, **3,4** Куликов И.М. - д.ф.-м.н.,

3 Черных И.Г. – к.ф.-м.н., **4** Протасов В.А. - аспирант

1 Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН, **Уфа**

2 Уфимский государственный нефтяной университет (УГНТУ), **Уфа**

3 Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,

Новосибирск

4 Новосибирский государственный технический университет

Москва, 2019, 23-24 октября, Суперкомпьютерные дни в России

Статистика основных типов коллекторов



Керн



Горные породы



- *Высокая доля запасов нефти;*
- *Улучшенные емкостные свойства при правильной разработке;*
- *Сложная структура коллектора.*

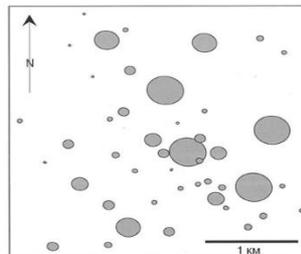
Основные этапы анализа и моделирования трещиноватых коллекторов

- Чтобы оценить степень влияния трещиноватости на ФЕС коллектора и построить концептуальную модель месторождения (тип коллектора) необходимо проанализировать исходную информацию о месторождении:

Бурение



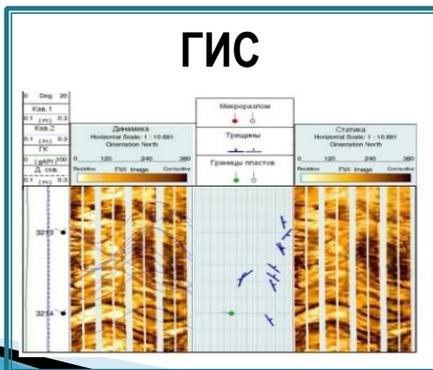
Работа скважин



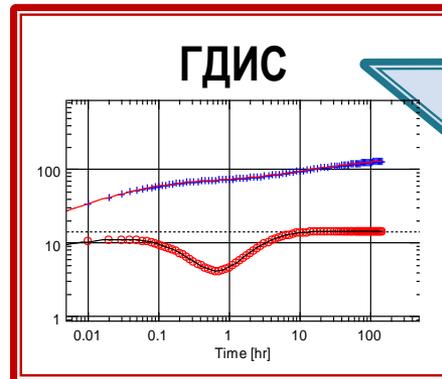
Геология



ГИС



ГДИС



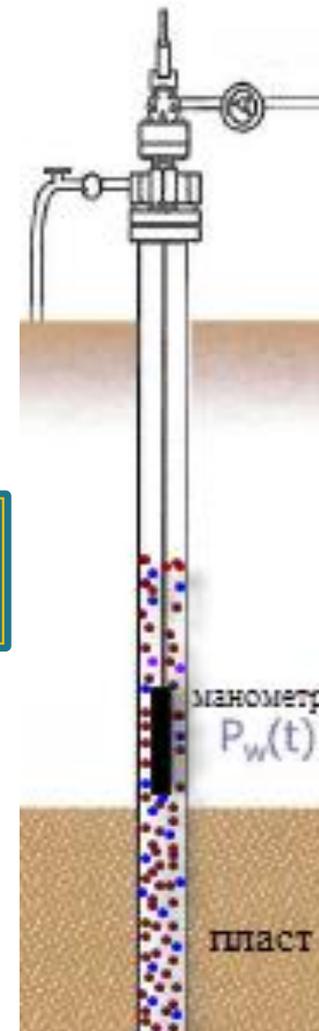
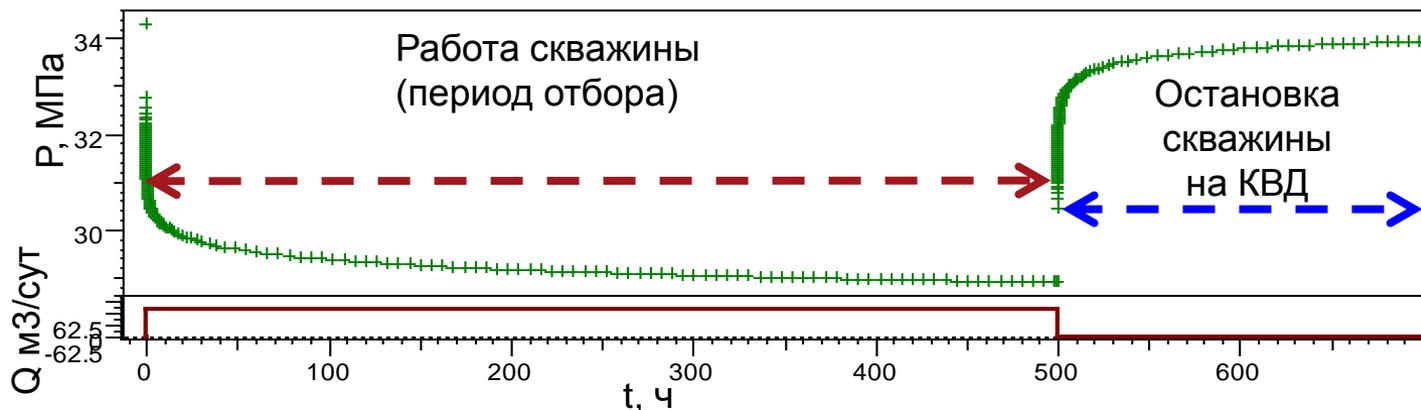
Проницаемость
 Пластовое давление
 Гидропроводность
 Подвижность
 Пьезопроводность
 Скин-фактор
 Длина трещины ГРП

Проблема

Гидродинамические исследования скважин (ГДИС) методом кривой восстановления давления (КВД)

ГДИС методом КВД²

Динамика изменения забойного отделения

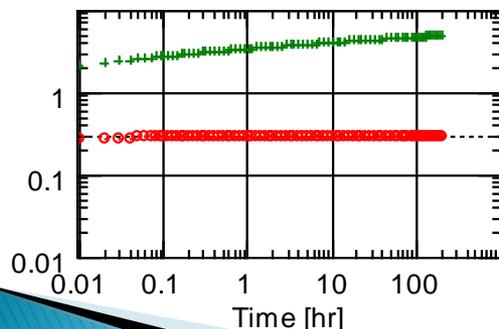


Анализ ГДИС позволяет определить:

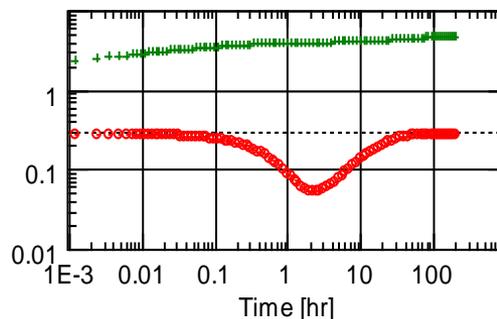
- **пластовое давление**
- **параметры пласта**

$$P'(t_i) = \frac{\partial \Delta P}{\partial (\ln t)}(t_i) - \text{производная Бурде}$$

Графики давлений и производных в билогарифмических координатах



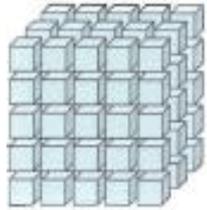
Терригенный коллектор



Трещиноватый коллектор

Рис. 1 Вертикальная добывающая скважина

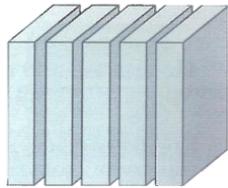
1. Уоррена-Рута³



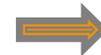
$$\begin{cases} \varphi_f c_{tf} \frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k_f r}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) - S \frac{k_m}{\mu} (P_f - P_m) \\ \varphi_m c_{tm} \frac{\partial P_m}{\partial t} = S \frac{k_m}{\mu} (P_f - P_m) \end{cases}$$

- +
1. Сжимаемость трещин
 2. Отсутствие движения жидкости в матрице

2. Каземи⁴



$$\begin{cases} \varphi_m c_m \frac{\partial P_m}{\partial t} + \frac{\alpha k_1}{\mu} (P_m - P_f) = 0 \\ \frac{k_f}{\mu} \text{lap} P_2 + \frac{\alpha k_1}{\mu} (P_m - P_f) = 0 \end{cases}$$



$$P_{D2} = L^{-1} \left[\frac{K_0 (V_D \sqrt{Sf(S)})}{S} \right]$$

$$P_{D2}(r_D t_D) = \frac{1}{2} \left[0.80908 \ln(t_D / r_D^2) + E_i \left(-\frac{\lambda t_D}{\omega(1-\omega)} \right) - E_i \left(-\frac{\lambda t_D}{1-\omega} \right) \right] \quad t_D > 100 r_D^2$$

3. Де Сваана⁵



$$\varphi_f c \frac{\partial \Delta P_f}{\partial t} - \frac{k_f}{\mu} \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial r^2} + u^*(\Delta P_f, t) = 0$$

$$\Delta P_f = \frac{q\mu}{4\pi k_f h} E_i \left(\frac{r_w^2}{4\chi t} \right)$$

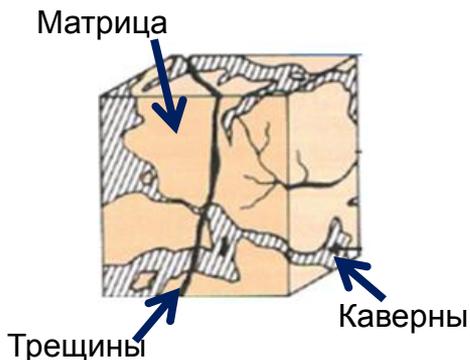
³Warren J.E., Root P.J. The behaviour of naturally fractured reservoirs. Soc.Petrol.Eng.J., 1963 , p. 245-255.

⁴Kazemi H., Seth M.S, Thomas G.V. The interpretation of interference tests in naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution. б.м. : SPEJ, 1969 г., стр. 463-472.

⁵DeSwaan A.O. Analytic solutions for determining naturally fractured reservoir properties by well testing. б.м. : SPEJ, 1976 г., стр. 117-122.

⁷Голф-Рахт Т.Д. Основы нефтепроницаемой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. [ред.] Ковалева А.Г. [перев.] Голованова П.К., Власенова В.В., Покровский В.И., Сидорова Н.А. Москва : Недра, 1986. стр. 608.

Распределение давления в системе «сеть трещин – матрица»:



$$\varphi_f c_{tf} \frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k_f}{\mu} r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) - \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_f - P_m)$$

$$\varphi_m c_{tm} \frac{\partial P_m}{\partial t} = \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_f - P_m)$$

$$\alpha = \frac{4n(n+2)}{l_m^2}$$

$$l_m = \frac{3abc}{(ab + bc + ac)}$$

$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g + c_n$$

Начальные и граничные условия:

$$P_f|_{t=0} = P_0$$

$$P_f|_{r=r_e} = P_k$$

$$2\pi h \frac{k_f}{\mu} \left(r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right)_{r=r_w} = q \quad 0 \leq t \leq T$$

$$P_m|_{t=0} = P_0$$

$$P_m|_{r=r_e} = P_k$$

$$r_w \leq r \leq r_e$$

φ_f – пористость сети трещин (д.ед),

φ_m – пористость матрицы (д.ед),

c_{tf} – сжимаемость сети трещин (1/Па),

c_{tm} – сжимаемость матрицы (1/Па),

k_f – проницаемость сети трещин (м²),

k_m – проницаемость матрицы (м²),

q – дебит жидкости (м³/сут),

h – эффективная мощность пласта,

L – размер блоков (м),

a – длина стороны блока матрицы (м),

b – ширина стороны блока матрицы (м),

c – высота стороны блока матрицы (м),

r_w – радиус скважины (м),

μ – вязкость (Па·с),

P_f – пластовое давление в сети трещин (МПа),

P_m – пластовое давление в матрице (МПа),

n – число взаимно перпендикулярных групп трещин,

S – коэффициент трещиноватой породы (1/м²),

$S_{o,w,g}$ – насыщенность нефти/воды/газа

Явная разностная схема ⁶

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_f c_{tf} \frac{P_{fi}^{j+1} - P_{fi}^j}{\tau} &= \frac{1}{r} \frac{k_f}{\mu} \frac{1}{h^2} \left(r_{i+\frac{1}{2}} P_{fi+1}^j - \left(r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}} \right) P_{fi}^j + r_{i-\frac{1}{2}} P_{fi-1}^j \right) + \\ &+ \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^j - P_{fi}^j) \\ \varphi_m c_{tm} \frac{P_{mi}^{j+1} - P_{mi}^j}{\tau} &= \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^j - P_{fi}^j) \end{aligned} \right.$$

Используя спектральный метод Неймана, доказано, что схема устойчива:

$$\lambda = 1 - \frac{4 \cdot \tau \cdot k_f \cdot \sin^2 \frac{W}{2}}{2 \cdot h^2 \cdot \varphi_f \cdot \mu \cdot c_{tf}} \leq 1$$



$$\tau \leq \frac{h^2 \cdot \varphi_f \cdot \mu \cdot c_{tf}}{2 \cdot k_f} \text{ - условие устойчивости}$$

Объем вычислений для явной разностной схемы значительно увеличивается, за счет ограничения условием шага по времени.

Неявная разностная схема ⁶

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_f c_{tf} \frac{P_{fi}^{j+1} - P_{fi}^j}{\tau} &= \frac{1}{r} \frac{k_f}{\mu} \frac{1}{h^2} \left(r_{i+\frac{1}{2}} P_{fi+1}^{j+1} - \left(r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}} \right) P_{fi}^{j+1} + r_{i-\frac{1}{2}} P_{fi-1}^{j+1} \right) + \\ &+ \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^{j+1} - P_{fi}^{j+1}) \\ \varphi_m c_{tm} \frac{P_{mi}^{j+1} - P_{mi}^j}{\tau} &= \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^{j+1} - P_{fi}^{j+1}) \end{aligned} \right.$$

Используя спектральный метод Неймана, доказано, что схема устойчива:

$$\lambda = \frac{1}{1 + \frac{4 \cdot \tau \cdot k_f \cdot \sin^2 \frac{W}{2}}{h^2 \cdot \varphi_f \cdot \mu \cdot c_{tf}}} \leq 1$$

- **Разностная схема аппроксимирует исходную задачу с порядком $O(h^2 + \tau)$**
- **Схема устойчива. В расчетах будем применять неявную разностную схему.**

Численная модель

- Аппроксимация задачи проводится по неявной схеме:

$$\varphi_m c_{tm} \frac{P_{mi}^{j+1} - P_{mi}^j}{\tau} = \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^{j+1} - P_{fi}^{j+1})$$

$$\varphi_f c_{tf} \frac{P_{fi}^{j+1} - P_{fi}^j}{\tau} = \frac{1}{r} \frac{k_f}{\mu} \frac{1}{h^2} \left(r_{i+\frac{1}{2}} P_{fi+1}^{j+1} - \left(r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}} \right) P_{fi}^{j+1} + r_{i-\frac{1}{2}} P_{fi-1}^{j+1} \right) + \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_{mi}^{j+1} - P_{fi}^{j+1})$$

- Полученная схема сводится к системе:

$$AP_{i-1} - CP_i + BP_{i+1} = -F_i$$

- Для решения СЛАУ применяется метод матричной прогонки⁷. Элементами трехдиагональной матрицы являются матрицы вида :

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{k_f}{\mu \varphi_f c_{tf}} \frac{1}{h^2} r_{i-\frac{1}{2}} \end{bmatrix},$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{k_f}{\mu \varphi_f c_{tf}} \frac{1}{h^2} r_{i+\frac{1}{2}} \end{bmatrix},$$

$$C_i = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Sk_m \tau}{\mu \varphi_m c_{tm}} & -\frac{Sk_m \tau}{\mu \varphi_m c_{tm}} \\ -\frac{Sk_m \tau}{\mu \varphi_f c_{tf}} & 1 + \frac{1}{r} \frac{k_f}{\mu \varphi_f c_{tf}} \frac{1}{h^2} (r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}}) + \frac{Sk_m \tau}{\mu \varphi_f c_{tf}} \end{bmatrix},$$

$$F_i = \begin{bmatrix} P_m \\ P_f \end{bmatrix}.$$

- Устойчивость метода. Матрицы удовлетворяют условиям теоремы -> матричная прогонка устойчива.

$$\|C_i^{-1} A_i\| + \|C_i^{-1} B_i\| \leq 1, i = 1, 2, \dots, N-1 \quad \|C_N^{-1} A_N\| < 1 \quad \|C_0^{-1} B_0\| \leq 1$$

Рис.1 Диалоговое окно «Начальные данные»

Построение графика

Свойства матрицы

Проницаемость: 1E-16 м²

Сжимаемость: 3E-9 1/Па

Пористость: 0,1

Свойства трещин

Проницаемость: 1E-14 м²

Сжимаемость: 5E-9 1/Па

Пористость: 0,01

Свойства пласта

Сжимаемость нефти: 3E-9 1/Па

Сжимаемость воды: 2E-9 1/Па

Вязкость нефти: 0,001 Па·с

Мощность пласта: 10 м

Размеры блока

Длина: 50 м

Ширина: 50 м

Высота: 1 м

Параметры расчета

Начальное давление: 25 МПа

Время отбора: 10 сут

Радиус исследования: 100 м

Радиус скважины: 0,102 м

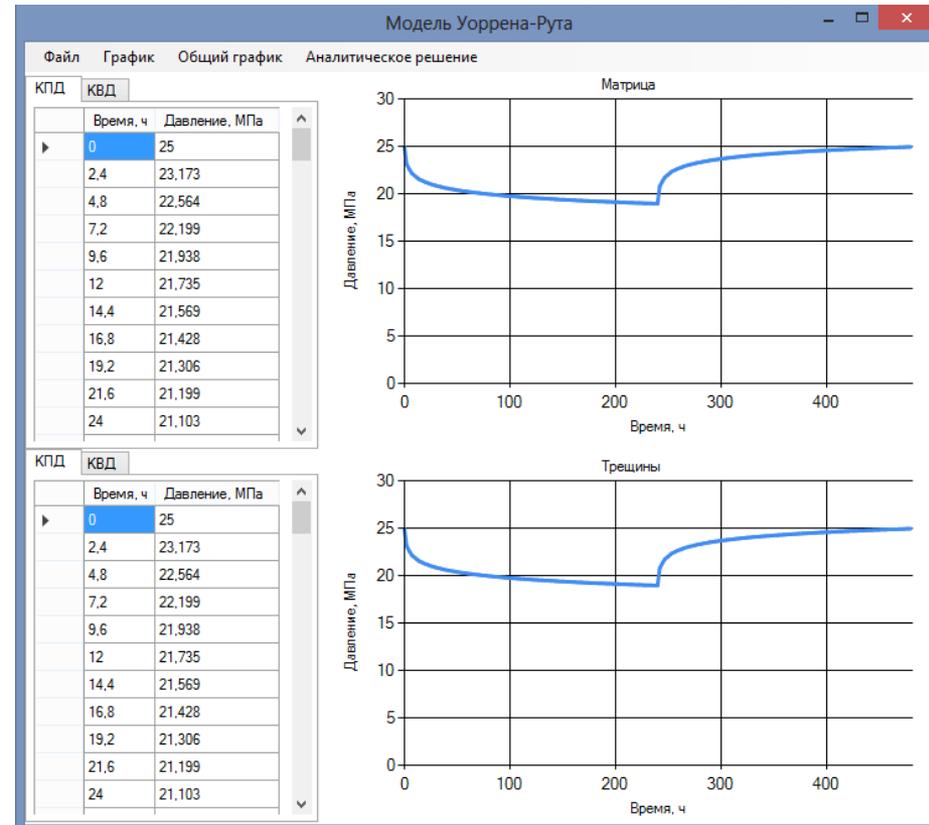
Дебит: 150 м³/сут

Количество точек: 100

Строить КПД Строить КВД

Построить

Рис.2 Диалоговое окно «Построение графика»



➤ Программный комплекс для моделирования полей давления в трещиновато-поровом коллекторе реализован на языке C# и C++ в среде разработки Visual Studio.

Параллельная реализация

Глобальная матрица и вектор состоят из блоков 2x2 и 2x1, соответственно.

A_i, B_i, C_i – Matrix22_AVX
 P_i, F_i – Vector2_AVX

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} & & \\ & \ddots & \\ & & \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



$$m_{avx} = (m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22})$$

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$



$$v_{avx} = (v_1, v_2, v_1, v_2)$$

Матрично-векторные операции реализуются схожим образом, поэтому рассмотрим только матричное умножение.

Параллельная реализация

Алгоритм перемножения матриц:

1. Выборка первой и второй строк матрицы;
2. Транспонирование матрицы;
3. Вычисление результирующих элементов матрицы;
4. Выборка элементов из регистров.

```
Matrix22_AVX Matrix22_AVX::operator*(const Matrix22_AVX& mat) const {  
(1)   __m256d ymm1 = _mm256_permute2f128_pd(mat.m, mat.m, 0);           // {m21, m22, m21, m22}  
      __m256d ymm2 = _mm256_permute2f128_pd(mat.m, mat.m, 1 | (1 << 4)); // {m23, m24, m23, m24}  
  
(2)   __m256d ymm3 = _mm256_shuffle_pd(ymm1, ymm2, 0);           // {m21, m23, m21, m23}  
      __m256d ymm4 = _mm256_shuffle_pd(ymm1, ymm2, 1 | (1 << 1) | (1 << 2) | (1 << 3)); // {m22, m24, m22, m24}  
  
(3)   ymm1 = _mm256_mul_pd(m, ymm1);           // {m11 * m21, m12 * m23, m13 * m21, m14 * m23}  
      ymm3 = _mm256_hadd_pd(ymm1, ymm1);       // {m11 * m21 + m12 * m23, ..., m13 * m21 + m14 * m23, ...}  
  
      ymm2 = _mm256_mul_pd(m, ymm2);           // {m11 * m22, m12 * m24, m13 * m22, m14 * m24}  
      ymm4 = _mm256_hadd_pd(ymm2, ymm2);       // {m11 * m22 + m12 * m24, ..., m13 * m22 + m14 * m24, ...}  
  
(4)   return Matrix22_AVX(_mm256_blend_pd(ymm3, ymm4, (1 << 1) | (1 << 3)));  
}
```

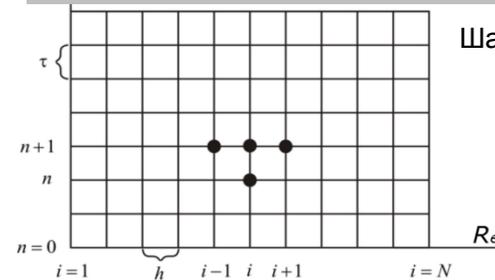
Ускорение от векторизации – 15-20%

Входные параметры для задачи

| Параметры | Значения | Единицы измерения |
|---|-----------|---------------------|
| Вязкость нефти, μ | 2.216E-03 | Па·с |
| Начальное давление в сети трещин, P_{f0} | 250.0E-05 | МПа |
| Начальное давление в матрице, P_{m0} | 250.0E-05 | МПа |
| Проницаемость сети трещин, k_f | 1E-14 | м ² |
| Проницаемость матрицы, k_m | 1E-16 | м ² |
| Сжимаемость сети трещин, C_{tf} | 3.0E-09 | 1/Па |
| Сжимаемость матрицы, C_{tm} | 3.0E-10 | 1/Па |
| Сжимаемость нефти, c_o | 3.0E-9 | 1/Па |
| Сжимаемость воды, c_w | 3.0E-9 | 1/Па |
| Пористость сети трещин, φ_f | 0.01 | |
| Пористость матрицы, φ_m | 0.10 | |
| Количество перпендикулярных групп трещин, n | 3 | |
| Длина блока, a | 100.00 | м |
| Ширина блока, b | 100.00 | м |
| Высота блока, c | 0.60 | м |
| Эффективная мощность пласта, h | 10.00 | м |
| Радиус скважины, r_w | 0.10 | м |
| Радиус исследования, R_e | 100.00 | м |
| Дебит жидкости, Q | 150.00 | м ³ /сут |
| Время работы/остановки, t | 10.00 | сут |

Добывающая вертикальная скважина, эксплуатирующая один пласт, запущена в работу. После отработки 10 суток, скважина закрывается для ГДИС методом кривой восстановления давления на 5 суток. В момент остановки давление в пласте начинает восстанавливаться.

Шаблон неявной четырехточечной разностной схемы:

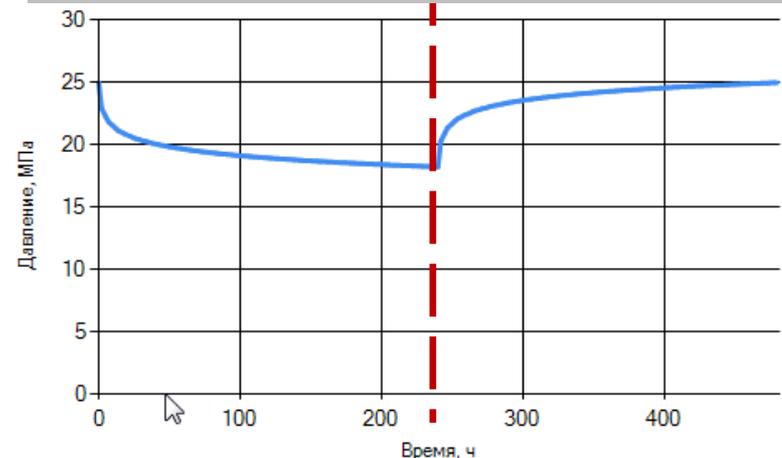


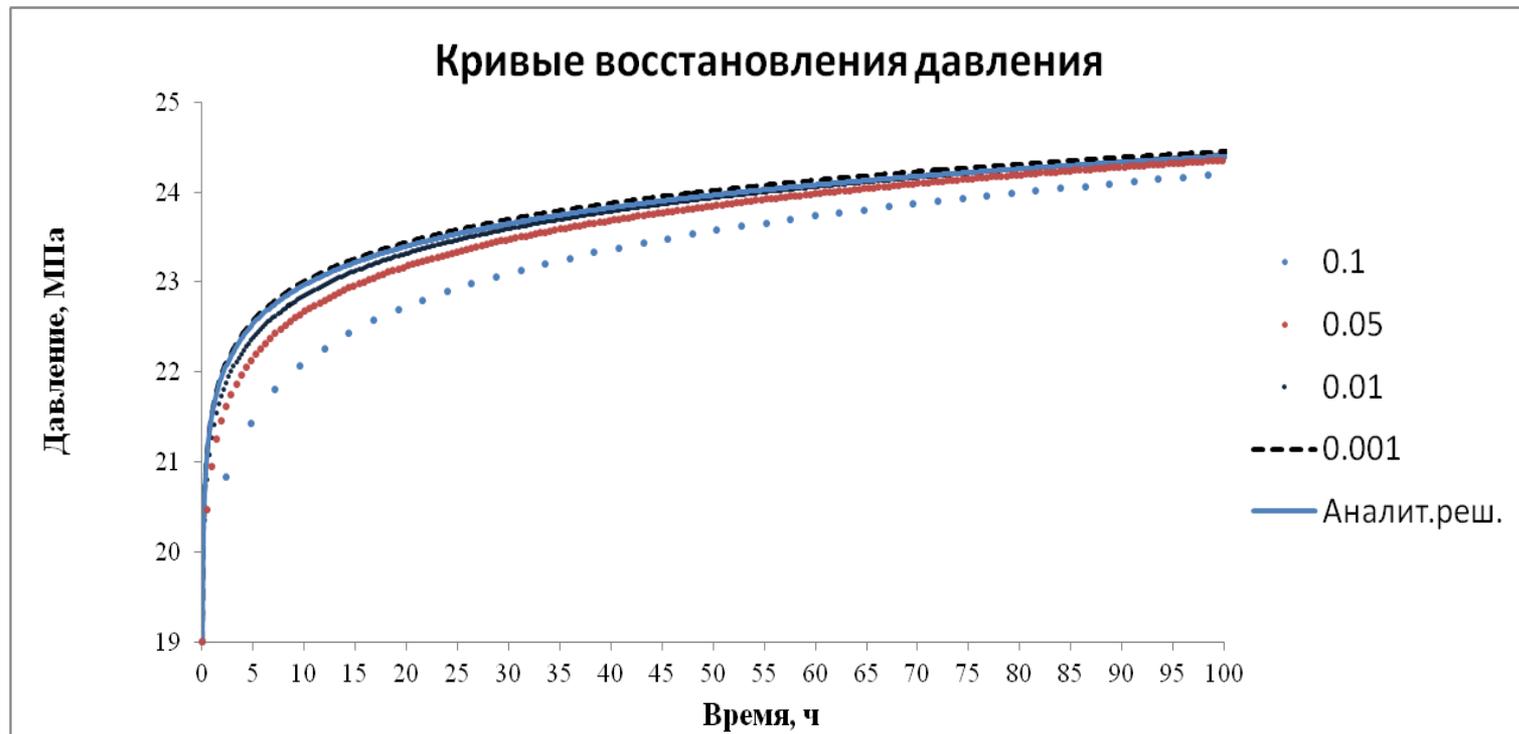
Шаг сетки – равномерный:

$$h = \frac{R_e}{N - 1}$$

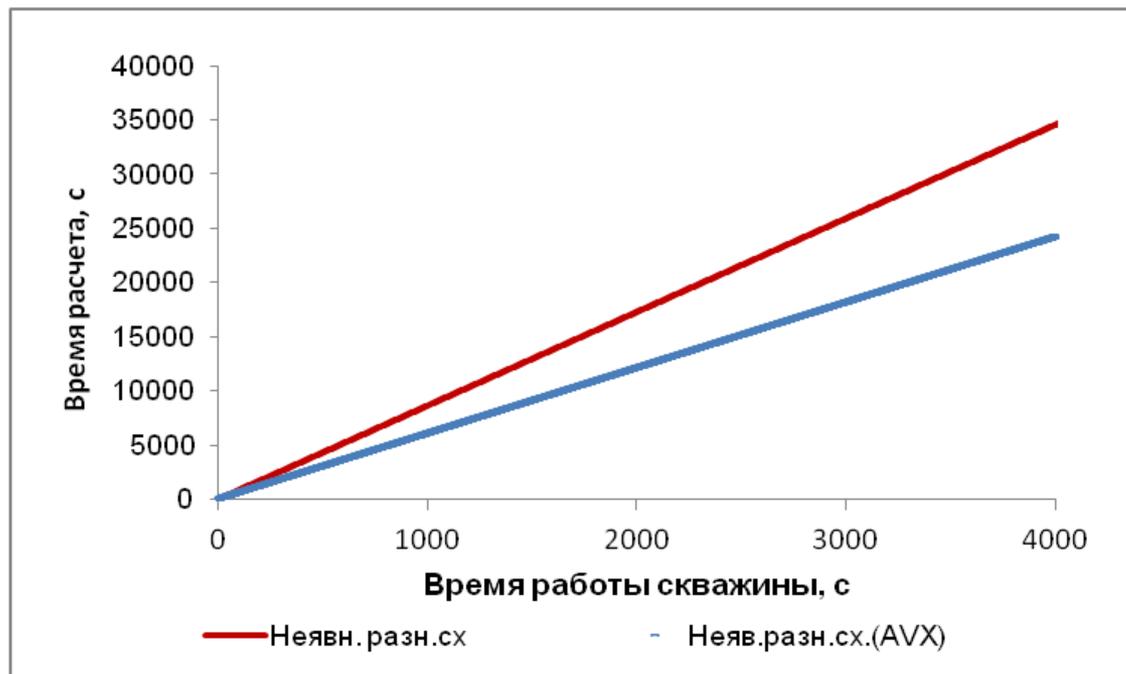
$$t = n\tau$$

Результат расчета. Динамика изменения давления





- По кривым падения давления наблюдается расхождение в зависимости от шага (м).
- Наилучшее совмещение с аналитической кривой получено при шаге **$h = 0.001$**
- Для дальнейшего анализа был выбран расчет с шагом $h = 0,001$ м



| № | Неявная разн. схема. мс | Неявная р. схема (AVX), мс | Время остановки скважины, ч |
|---|-------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1 | 52250 | 43367 | 10 |
| 2 | 64090 | 51913 | 24 |
| 3 | 206576 | 169392 | 100 |
| 4 | 276543 | 221234 | 120 |

➤ На машине с процессором Intel Core i7-4710 векторизация позволила ускорить программу на 15-20%

Коэффициент доли трещинно-кавернозной емкости

$$\omega = \frac{\varphi_f c_f}{\varphi_f c_f + \varphi_m c_m}$$

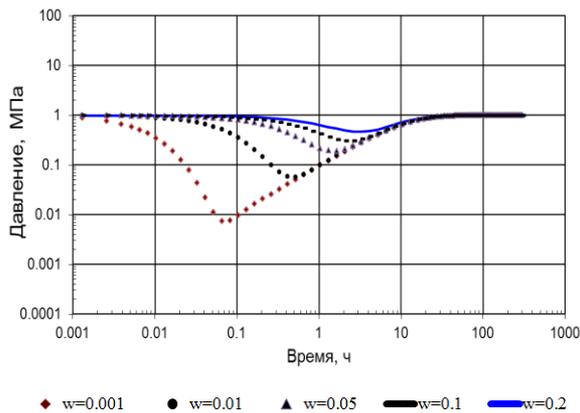


Рис.1 Билогарифмический график КВД при различных значениях параметра коэффициента доли трещинно-кавернозной емкости

Коэффициент удельной проводимости

$$\lambda = S \frac{k_m}{k_f} r_w^2$$

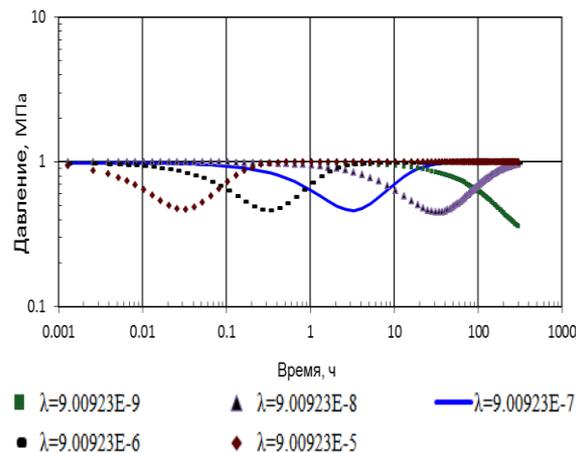


Рис.2 Билогарифмический график КВД при различных значениях параметра коэффициента удельной проводимости

Проницаемость

$$kh = \frac{q\mu B}{\Delta P}$$

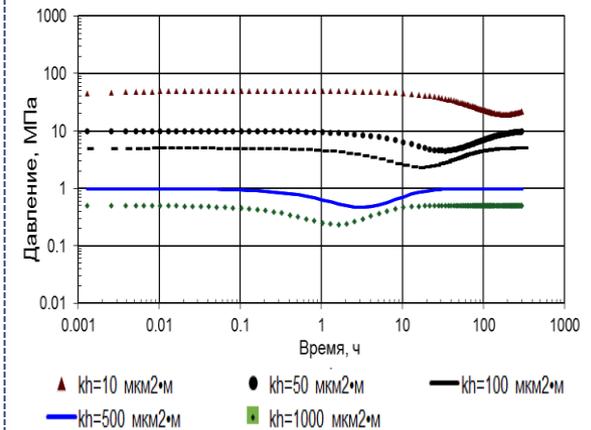


Рис.3 Билогарифмический график КВД при различных значениях проницаемости

1. Проведен анализ и определены параметры математической модели массопереноса в системе «сеть трещин - матрица».
2. Разработан программный модуль для решения прямой задачи массопереноса в коллекторе трещиновато-порового типа по динамике давления в случае сетки с равномерным шагом.
3. Разработан параллельный алгоритм, на основе использования векторных инструкций AVX, который позволил увеличить скорость расчета на 15-20%.
4. Проведен численный анализ распространения давления в системе «сеть трещин - матрица» для вертикальных добывающих скважин без учета влияния внешних факторов.
5. Анализ чувствительности показал, поведение давления при различных значениях проницаемости, а также влияние геометрии блоков на работу матричной системы.

Благодарю за внимание!



$$P_{Df}(r_D, t_D) = L^{-1} \left\{ \frac{K_0[r_D \sqrt{Sf(S)}]}{S \sqrt{Sf(S)} K_1 \sqrt{Sf(S)}} \right\}$$

Асимптотическое решение для малых значений $f(S)$:

$$t_D > 100\omega \text{ при } \lambda \ll 1 \text{ и } t_D > 100\lambda - \frac{1}{\lambda} \text{ для } \omega \ll 1$$

1. Кривая падения давления

$$P_{Df}(r_D t_D) = \frac{1}{2} \left[0.80908 + \ln t_D + E_i \left(\frac{\lambda t_D}{\omega(1-\omega)} \right) - E_i \left(-\frac{\lambda t_D}{1-\omega} \right) \right]$$

2. Кривая восстановления давления

$$P_{Df}(r_D t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \frac{t_D + \Delta t_D}{\Delta t_D} - E_i \left(-\frac{\lambda \Delta t_D}{\omega(1-\omega)} \right) + E_i \left(-\frac{\lambda \Delta t_D}{1-\omega} \right) \right]$$

$$E_i(-x) = - \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \text{ - интегральная экспоненциальная функция}$$

Где:

L^{-1} - оператор обратного преобразования Лапласа;

K_0 и K_1 - модифицированные функции Бесселя;

$$f(S) = \frac{[\omega(1-\omega)S + \lambda]}{[(1-\omega)S + \lambda]}$$

Параметры двойной пористости:

Коэффициент удельной проводимости

$$\lambda = \alpha \frac{k_m}{k_f} r_w^2$$

Коэффициент доли трещинно-кавернозной емкости

$$\omega = \frac{\varphi_f c_f}{\varphi_f c_f + \varphi_m c_m}$$

Программный модуль Сапфир программного обеспечения Каппа !

1. Нет возможности задавать отдельно свойства матрицы и отдельно трещины.
 2. Все параметры усреднены.
 3. Нельзя задавать размеры блоков матрицы.
 4. Параметры двойной пористости в виде числа
 5. В основном методами инженерного подбора
- 